

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.0230

间接测量数据条件下岩土参数空间变异性 定量分析方法对比研究

田 密^{1,2}, 张 帆¹, 李丽华¹

(1. 湖北工业大学 土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 准确估计随机场参数和相关函数是定量描述岩土参数空间变异性的关键。基于间接测量的静力触探试验数据, 系统对比了传统统计方法与贝叶斯方法确定砂土有效内摩擦角随机场参数和相关函数的有效性, 指出了两种方法存在差异的原因, 并探讨了静力触探试验样本数量对两种方法计算精度的影响。研究表明: 传统统计方法未考虑砂土有效内摩擦角与锥尖阻力间经验回归方程的不确定性, 识别相关函数的正确率较低, 并且传统统计方法会高估砂土有效内摩擦角的标准差, 低估其波动范围。而贝叶斯方法由于合理地考虑了经验回归方程的不确定性, 可以准确地确定砂土有效内摩擦角的随机场参数和相关函数。根据间接测量数据量化岩土参数空间变异性时, 应考虑回归模型不确定性的影响。此外, 随着静力触探试验样本数量增加, 贝叶斯方法识别砂土有效内摩擦角相关函数的正确率逐渐提高, 随机场参数估计结果的不确定性逐渐降低。为了提高岩土参数空间变异性定量表征结果的准确性, 应广泛收集岩土工程勘察资料。

关 键 词: 空间变异性; 砂土有效内摩擦角; 静力触探; 传统统计方法; 贝叶斯方法

中图分类号: TU451

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2018)12-4673-08

Comparative study on the quantitative analysis methods of inherent spatial variability of soil properties based on indirect test data

TIAN Mi^{1,2}, ZHANG Fan¹, LI Li-hua¹

(1. School of Civil Engineering, Architecture and Environment, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: Accurate determination of random field parameters and correlation function is the key for probabilistic characterization of inherent spatial variability (ISV) of soil properties. Based on indirect cone penetration test (CPT) data, the conventional statistical methods and Bayesian approaches are compared for their validity of estimating random field parameters and correlation function of sand effective friction angle, φ' . The reason for the difference between these two methods is presented. Effects of sampling size of indirect CPT data on the accuracy of these two methods are also investigated. The results indicate that the conventional statistical methods don't consider the model uncertainty associated with the transformation model between φ' and CPT data, leading to a low rate of correct identification of true correlation function of φ' , overestimating standard deviation and underestimating scale of fluctuation. However, the Bayesian approaches can take the model uncertainty into proper consideration and reasonably determine the random field parameters and correlation function of φ' . Model uncertainty should be carefully considered when indirect test data is used to characterize ISV of soil properties. In addition, the rate of correct identification of true correlation function of φ' estimated from Bayesian approaches improves and the uncertainties of random field parameters of φ' gradually decrease with increasing sampling size of indirect CPT data. It is suggested that large numbers of site observation data should be collected for improving the accuracy of probabilistically characterizing ISV of soil properties.

Keywords: inherent spatial variability; sand effective friction angle; cone penetration test; conventional statistical methods; Bayesian approaches

收稿日期: 2018-02-07

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No.51679174, No.51579093); 武汉大学水工岩石力学教育部重点实验室开放基金项目 (No.RMHSE1905); 湖北工业大学博士科研启动基金项目 (No.BSQD2017034)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51679174, 51579093), the Open Research Fund of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University (RMHSE1905) and the Research Fund for the Doctoral Program of Hubei University of Technology (BSQD2017034).

第一作者简介: 田密, 女, 1988 年生, 博士, 讲师, 主要从事岩土工程不确定性分析方面的研究工作。E-mail: mitian0525@gmail.com

1 引言

天然土体由于复杂地质成因的影响, 空间不同位置的岩土参数值不同, 呈现出显著的空间变异性^[1]。大量研究表明, 岩土参数空间变异性对岩土工程可靠度与风险评估影响显著^[2-7]。合理地描述岩土参数空间变异性不仅对准确地确定岩土参数具有重要意义, 而且是有效地进行岩土工程可靠度与风险评估的重要前提。岩土参数空间变异性通常采用平稳随机场定量描述, 应用平稳随机场的关键在于确定随机场参数(均值、标准差以及波动范围)和相关函数^[1, 8](如表 1 所示)。

表 1 岩土工程中常用的相关函数^[8]
Table 1 Commonly-used correlation functions in geotechnical engineering^[8]

相关函数类型	相关函数表达式
指数型	$\rho(\tau) = \exp(-2 \tau /\lambda)$
三角型	$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 - \tau /\lambda & \tau \leq \lambda \\ 0 & \tau > \lambda \end{cases}$
二阶自回归型	$\rho(\tau) = \exp(-4 \tau /\lambda)(1 + 4 \tau /\lambda)$
高斯型	$\rho(\tau) = \exp[-\pi(\tau /\lambda)^2]$

注: τ 为两点之间的距离; λ 为波动范围; $\rho(\tau)$ 为两点之间的相关系数。

目前, 确定岩土参数随机场参数和相关函数的方法主要有传统统计方法与贝叶斯方法。如 Fenton^[9]采用统计分析方法确定岩土参数均值和标准差, 通过拟合理论相关函数确定波动范围。Uzielli 等^[10]拟合了静力触探试验(CPT)锥尖阻力样本相关函数与不同类型理论相关函数, 选择拟合度最大的为最优相关函数, 并在最优相关函数条件下估计了锥尖阻力的波动范围。Stuedlein 等^[11]采用传统统计分析方法对贝城干燥黏土的 CPT 数据进行分析, 得到了贝城干燥黏土的最优相关函数和波动范围。Lloret-Cabot 等^[12]通过拟合锥尖阻力样本相关函数与指数型相关函数确定了锥尖阻力的波动范围。张继周等^[13]采用不同统计方法得到了苏中湖相沉积土层的相关距离。林军等^[14]采用传统统计方法拟合得到了江苏海相黏土垂直方向上的随机场参数和最优相关函数。另一方面已有学者采用贝叶斯方法识别岩土参数的随机场参数或相关函数。如李小勇等^[15]结合太原地区粉质黏土层的 CPT 数据讨论了相关距离估计的贝叶斯方法。Wang 等^[16]在假定相

关函数为指数型条件下, 基于 CPT 观测数据采用贝叶斯方法识别了砂土有效内摩擦角的随机场参数。Cao 等^[17]采用贝叶斯方法识别了不同土层砂土有效内摩擦角的随机场参数。Cao 等^[18]基于有限现场观测的锥尖阻力数据采用贝叶斯方法识别了锥尖阻力最可能的相关函数。田密等^[19]采用贝叶斯参数识别与模型选择方法, 根据 CPT 数据确定了砂土有效内摩擦角的随机场参数和相关函数。

然而, 实际工程中, 岩土参数真实的随机场参数和相关函数是未知的。现有传统统计方法与贝叶斯方法仅是依据现场观测数据确定岩土参数的随机场, 两种方法的准确性尚待考究。此外, 由于经济技术条件限制, 实际岩土工程勘探数据十分有限, 有些岩土参数的直接测量数据较少, 需要通过经验回归模型间接估计。例如砂土有效内摩擦角通常根据静力触探试验估计^[20], 这个过程中会引入模型不确定性。目前, 关于间接测量数据条件下两种方法量化岩土参数空间变异性有效性的研究尚未涉及。

为此, 本文根据间接测量的静力触探试验数据, 系统地对比了传统统计方法与贝叶斯方法确定砂土有效内摩擦角随机场参数和相关函数的有效性。首先假定砂土有效内摩擦角真实的随机场参数和相关函数, 根据砂土有效内摩擦角与锥尖阻力的经验回归方程模拟静力触探试验数据。然后, 基于模拟的锥尖阻力数据采用传统统计方法与贝叶斯方法识别砂土有效内摩擦角的随机场参数和相关函数, 并与其真实值对比, 以此说明两种方法量化的有效性与准确性。最后通过敏感性分析探讨锥尖阻力样本数量对两种方法识别随机场精度的影响规律。

2 岩土参数空间变异性模拟

本文以量化砂土有效内摩擦角空间变异性为例说明传统统计方法与贝叶斯方法定量表征岩土参数空间变异性的有效性。假设对于某一均质砂土层, 有效内摩擦角 φ' 沿深度方向上的空间变异性可以用一维平稳高斯随机场定量表征, 不同深度位置的 φ' 表示成一系列服从正态分布的相关随机变量。 φ' 的均值为 μ 、标准差为 σ 及波动范围为 λ 、相关函数为 M 。相关函数形式有多种, 如表 1 所示的指数型 M_1 、三角型 M_2 、二阶自回归型 M_3 以及高斯型 M_4 。则 φ' 的一维平稳高斯随机场可表示为^[1, 21]

$$\varphi' = \mu \mathbf{1} + \sigma \mathbf{L}^T \mathbf{Z} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T$; $\mathbf{Z} = [Z_1, \dots, Z_n]^T$ 为各元素相互

独立的标准正态向量; $\mathbf{L}$ 为乔列斯基分解相关系数矩阵 $\mathbf{R}$ 得到的上三角矩阵; $\mathbf{R}$ 为由 H_i 和 H_j 处 $\varphi'(H_i)$ 和 $\varphi'(H_j)$ 之间的相关系数 $\rho(\Delta H)_{ij}$ 构成的相关系数矩阵, $\rho(\Delta H)_{ij}$ 由假定的相关函数 M (如 $M_1 \sim M_4$) 计算。通常砂土有效内摩擦角可以快速地由静力触探试验估计^[16], 即

$$\xi = \ln q = a\varphi' + b + \sigma_\varepsilon \varepsilon \quad (2)$$

式中: q 为归一化锥尖阻力, $q = (q_c / q_a) / (\sigma'_{v0} / p_a)^{0.5}$, q_c 为直接测量的锥尖阻力, σ'_{v0} 为竖直有效应力; p_a 为标准大气压, 大小为 100 kPa; $a = 0.209$; $b = -3.684$; $\sigma_\varepsilon = 0.586$; ε 为一个标准正态随机变量, 表征上述经验回归模型的计算误差, 也即回归模型的不确定性。根据式 (1) 和式 (2) 可得

$$\hat{\xi} = (a\mu + b)\mathbf{1} + (a\sigma\mathbf{L}^T\mathbf{Z} + \sigma_\varepsilon\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3)$$

式中: $\hat{\xi} = [\hat{\xi}(H_1), \hat{\xi}(H_2), \dots, \hat{\xi}(H_n)]^T$ 为在砂土层中不同深度位置处的 $\xi(H)$ 值。假设砂土有效内摩擦角的空间变异性与模型不确定性相互独立, 即式 (3) 中 $\mathbf{Z}$ 与 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 相互独立, 则 $\hat{\xi}$ 的均值为 $(a\mu + b)\mathbf{1}$, 协方差矩阵为 $\mathbf{C} = (a^2\sigma^2\mathbf{R} + \sigma_\varepsilon^2\mathbf{I})$, 其中 $\mathbf{I}$ 为 $n \times n$ 的单位矩阵。

假设砂土有效内摩擦角真实的均值 μ 为 30° 、标准差 σ 为 3° 、波动范围 λ 为 0.5 m, 假设模拟 CPT 数据的样本间距为 0.05 m。为了探讨 CPT 数据量对随机场识别精度的影响, 模拟 CPT 的样本深度 H 分别取为 10、20、30、40、50 m, 即 H/λ 分别为 20、40、60、80 及 100。对每一种相关函数 (如 M_1 、 M_2 、 M_3 及 M_4), 根据式 (3) 分别在不同样本深度 H 处重复模拟 10 套 $\ln q$ 的数据。例如已确定 φ' 的 $\mu = 30^\circ$, $\sigma = 3^\circ$, $\lambda = 0.5$ m, CPT 样本间距为 0.05 m。当 CPT 的样本深度取为 10 m, φ' 的真实相关函数为指数型 M_1 , 由式 (3) 可以生成一套随机模拟的 $\ln q$ 数据。然后重复生成随机模拟数据, 共产生 10 套 $\ln q$ 的数据。对于不同相关函数及样本深度, 共产生 $10 \times 4 \times 5 = 200$ 套模拟的 CPT 数据。图 1(a) 给出了一套模拟的 $\ln q$ 数据, 根据 CPT 数据及式 (2) 可以推求砂土有效内摩擦角的观测数据 (见图 1(b))。对于每一套模拟的 CPT 数据, 分别采用传统统计方法与贝叶斯方法确定 φ' 的随机场参数和相关函数。

为了说明随机场参数估计结果的有效性, 分别定义变异系数 COV_μ 、 COV_σ 、 COV_λ 为随机场参数 μ 、 σ 以及 λ 估计结果的不确定性, COV_μ 、 COV_σ 以及 COV_λ 的值越小, 则说明随机场参数估计结果

越准确。

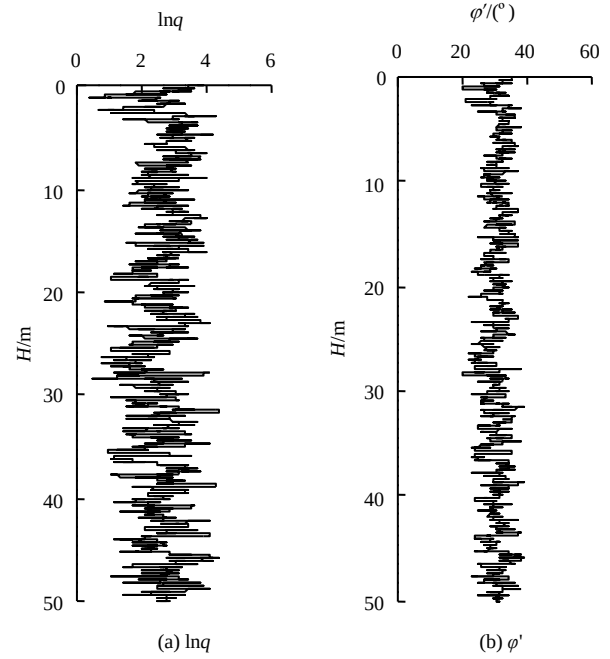


图 1 一套模拟的 $\ln q$ 与 φ'
Fig.1 A set of simulated $\ln q$ and φ'

$$\left. \begin{aligned} COV_\mu &= S_\mu / m_\mu \\ COV_\sigma &= S_\sigma / m_\sigma \\ COV_\lambda &= S_\lambda / m_\lambda \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: m_μ 、 m_σ 、 m_λ 分别为根据 10 套 CPT 数据确定的砂土有效内摩擦角 μ 、 σ 及 λ 的后验均值的平均值; S_μ 、 S_σ 、 S_λ 分别为 10 套 CPT 数据确定的 μ 、 σ 及 λ 的后验均值的标准差。

3 空间变异性定量分析方法

3.1 传统统计方法

如果能获得大量的直接测量数据, 可以通过比较实测样本相关函数与不同类型理论相关函数的拟合度选择最优相关函数^[10]。在整个研究区域内可以采用下式计算空间位置 H_i 和 H_j 处岩土参数值 $\gamma(H_i)$ 和 $\gamma(H_j)$ 之间的相关系数^[21]

$$\rho(\gamma(H_i), \gamma(H_j)) = \frac{COV(\gamma(H_i), \gamma(H_j))}{\sigma[\gamma(H_i)]\sigma[\gamma(H_j)]} \quad (5)$$

式中: $COV(\gamma(H_i), \gamma(H_j))$ 为 $\gamma(H_i)$ 和 $\gamma(H_j)$ 的协方差函数; $\sigma[\gamma(H_i)]$ 和 $\sigma[\gamma(H_j)]$ 分别为 $\gamma(H_i)$ 和 $\gamma(H_j)$ 的标准差。矩法是估计样本相关函数最常用的一种方法, 矩法计算岩土参数沿深度方向的相关系数的表达式为

$$\rho(\tau = k\Delta H) \approx \frac{\sum_{i=1}^{n-k} \gamma(H_i)\gamma(H_{i+k})}{\hat{\sigma}^2(n-k-1)} \quad (6)$$

式中: $\tau=k\Delta H$ 为两点间距离; $k=1, 2, \dots, n$, n 为观测数据的样本数量; ΔH 为样本间距; $\hat{\sigma}$ 为根据观测数据统计的样本标准差。通过样本相关函数(式(6))拟合不同类型的理论相关函数, 选择拟合度最优的相关函数描述岩土参数空间变异性。

由于样本数量的限制, 根据测量数据计算的相关系数 $\rho(\tau)$ 在后半段会出现剧烈振荡(如图 2 所示), 给选取最优相关函数造成困难, 并且估计的波动范围偏差较大。为了提高波动范围估计结果的可靠性, Uzielli 等^[10]提出利用 $\rho(\tau)$ 超过 Bartlett 值 (r_B) 的初始部分数据拟合理论相关函数(见图 2), 从而估计波动范围。

$$r_B = \frac{1.96}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

式中: r_B 为 Bartlett 值; n 为样本数量。

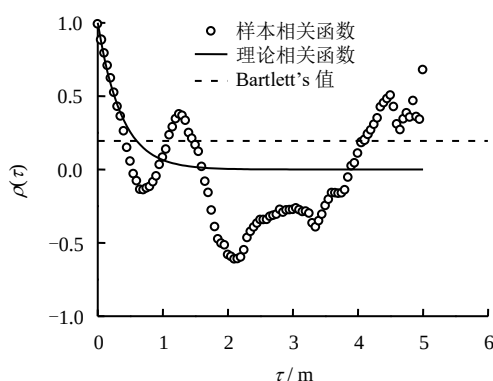


图 2 传统统计方法估计波动范围
Fig.2 Scale of fluctuation estimated from conventional statistical methods

本文采用上述传统统计方法分析 200 套模拟的 CPT 数据(如图 1(a)所示), 利用式(2)获取砂土有效内摩擦角的观测数据(如图 1(b)所示)。然后, 对砂土有效内摩擦角的观测数据进行统计分析得到其均值和标准差, 并计算 φ' 的样本相关函数。通过比较样本相关函数与理论相关函数的拟合度选择 φ' 的最优相关函数, 从而估计波动范围。最后, 将传统统计方法确定的 φ' 的最优相关函数和随机场参数与事先假定的真实值对比。

3.2 贝叶斯方法

贝叶斯(Bayes)方法是概率统计理论的一大学派, 它不同于传统统计方法, 传统统计方法仅利用了岩土工程勘察获取的观测数据, 而贝叶斯方法可以充分地融合多源信息(包括观测数据和先验信息)。下面分别构建识别砂土有效内摩擦角随机场参

数和相关函数的贝叶斯方程。

(1) 随机场参数识别方法

相关函数有多种形式, 常用的有表 1 所示的指数型 M_1 、三角型 M_2 、二阶自回归型 M_3 、高斯型 M_4 。假设相关函数为其中的某一种类型, 随机场参数是未知的。给定相关函数 M , 砂土有效内摩擦角的空间变异性仅由随机场参数表征。基于随机场参数的先验信息和间接测量的 CPT 数据, 在给定相关函数 M 条件下砂土有效内摩擦角随机场参数的后验分布为^[22]

$$P(\mathbf{X} | \hat{\xi}, M) = K^{-1} P(\hat{\xi} | \mathbf{X}, M) P(\mathbf{X} | M) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{X} = [\mu, \sigma, \lambda]$, 为砂土有效内摩擦角的随机场参数; M 为给定的砂土有效内摩擦角的相关函数; $\hat{\xi}$ 为砂土层中不同深度位置处 $\xi(H)$ 值, 即不同深度位置处 $\ln q$ 的实测数据; $K = \int P(\hat{\xi} | \mathbf{X}, M) P(\mathbf{X} | M) d\mathbf{X}$, 为与 $\mathbf{X}$ 无关的常数; $P(\hat{\xi} | \mathbf{X}, M)$ 为似然方程; $P(\mathbf{X} | M)$ 为先验分布, 反映了无观测数据条件下随机场参数的先验知识, 若已有 $\mathbf{X}$ 的相关资料, 可以根据相关资料或工程师的经验判断, 确定先验分布; 倘若 $\mathbf{X}$ 的相关信息较少, 这种情况下可把参数在其取值范围上的均匀分布作为先验分布。

根据式(3), $\hat{\xi}$ 的均值为 $(a\mu + b)\mathbf{1}$, 协方差矩阵为 $\mathbf{C} = (a^2\sigma^2\mathbf{R} + \sigma_\varepsilon^2\mathbf{I})$, 则似然方程可以表示为

$$P(\hat{\xi} | \mathbf{X}, M) = (2\pi)^{-n/2} |\det \mathbf{C}|^{-1/2} \cdot$$

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} [\hat{\xi} - (a\mu + b)\mathbf{1}]^T \mathbf{C}^{-1} [\hat{\xi} - (a\mu + b)\mathbf{1}] \right\} \quad (9)$$

根据先验分布与似然方程即可得到随机场参数的后验分布, 即式(8)。后验分布函数形式比较复杂, 直接数值积分计算随机场参数的后验均值等相对困难, 且计算效率较低。为了避免直接求解式(8), 本文采用蒙特卡洛模拟(MCMCS)的 Metropolis-Hastings 算法求解后验分布^[19], 然后基于随机场参数的 MCMCS 随机样本估计其后验均值等。

(2) 贝叶斯模型选择方法

前述随机场参数识别是在给定相关函数 M 的条件下得到的。然而, 岩土参数的相关函数有多种形式, 不同的相关函数表征的岩土参数空间相关性不同。根据贝叶斯理论, 选择某一种备选相关函数 $M_k (k=1, 2, \dots, N_{CF})$ 的概率为^[22-23]

$$P(M_k | \hat{\xi}) = \frac{P(\hat{\xi} | M_k) P(M_k)}{P(\hat{\xi})}, k=1, 2, \dots, N_{CF} \quad (10)$$

式中: N_{CF} 为备选的相关函数的数目 (如 $N_{CF} = 4$); $P(\hat{\xi}|M_k)$ 为观测数据 $\hat{\xi}$ 在相关函数 M_k 下的概率密度函数; $P(M_k)$ 为备选相关函数 M_k 的先验概率, 在先验信息不充足的情况下, 可假设各备选相关函数的选择概率相同, 即 $P(M_k) = 1/N_{CF}$; $P(\hat{\xi}) = \sum_{k=1}^{N_{CF}} P(\hat{\xi}|M_k)P(M_k)$, 为与 M_k 无关的常数。此时, 式 (10) 中 $P(\hat{\xi})$ 和 $P(M_k)$ 均为常数, 选择相关函数 M_k 的概率 $P(M_k|\hat{\xi})$ 取决于 $P(\hat{\xi}|M_k)$, $P(\hat{\xi}|M_k)$ 取值最大时的相关函数即为最可能的相关函数。由于式 (10) 涉及高维积分问题, 本文采用文献[19]提出的 Metropolis-Hastings 算法和 Gaussian Copula 函数相结合的方法计算 $P(\hat{\xi}|M_k)$ 。先利用服从后验分布的 MCMCS 样本构建随机场参数的后验边缘概率密度函数, 然后建立 3 个随机场参数的 Gaussian Copula 函数, 最后估计选择备选相关函数的概率, 取概率最大的为最可能的相关函数, 具体步骤可参阅文献[19]。

采用贝叶斯方法时, φ' 随机场参数的先验分布根据其经验取值范围取为均匀分布, μ 、 σ 以及 λ 的取值范围分别为 $[20^\circ, 40^\circ]$ 、 $[1\%, 6\%]$ 、 $[0\text{ m}, 6\text{ m}]$ [24]。基于先验信息和模拟的 CPT 数据, 对于每一个备选相关函数 M_k ($k = 1, 2, \dots, 4$), 分别生成 50 000 个随机场参数的 MCMCS 样本。利用 50 000 个 MCMCS 样本构建 3 个参数的 Gaussian Copula 函数, 从而计算选取每一种相关函数的概率, 选择概率最大的为最可能相关函数。最后, 基于最可能相关函数条件下的 50 000 个 MCMCS 样本确定 μ 、 σ 以及 λ 的后验均值等。

4 传统统计方法与贝叶斯方法有效性对比

4.1 相关函数识别结果对比

表 2 给出了传统统计方法与贝叶斯方法识别砂土有效内摩擦角相关函数的结果。由表可知, 当砂土有效内摩擦角取不同类型相关函数时, 传统统计方法得到的最优相关函数均为指数型 M_1 (表 2 括号内结果), 相关函数识别正确率较低, 而贝叶斯方法能较为准确地选择真实相关函数, 且识别正确率较高。如表 2 所示, 当 φ' 真实相关函数为指数型 M_1 , 模拟 CPT 数据的样本深度为 10 m (即 $H/\lambda = 20$), 传统统计方法识别 M_1 为砂土有效内摩擦角最优相关函数的正确率为 100%, 贝叶斯方法识别正确率为 90%。当 CPT 样本深度增加至 50 m (即 $H/\lambda = 100$)

时, 两种方法识别相关函数的正确率均提高至 100%。这说明对于指数型相关函数, 根据模拟的 CPT 数据, 传统统计方法与贝叶斯方法均能正确地选择砂土有效内摩擦角真实的相关函数。

由表 2 可知, 当 φ' 真实相关函数为 M_2 时, 两种方法选择的相关函数存在显著差异。如当 CPT 的样本深度为 10 m (即 $H/\lambda = 20$) 时, 传统统计方法估计的相关函数均为指数型 M_1 , 相关函数识别正确率为 0。此时, 贝叶斯方法识别相关函数的正确率为 40%。随着 CPT 样本深度增加至 50 m (即 $H/\lambda = 100$) 时, 此时样本数量增加至 1 000 (即 50 m/0.05 m), 传统统计方法估计 φ' 相关函数的正确率仍为 0, 而贝叶斯方法识别正确率提高至 80%。其原因在于传统统计方法是根据砂土有效内摩擦角的观测数据拟合得到最优的相关函数, 而砂土有效内摩擦角是由经验回归方程 (式 (2)) 估计的。砂土有效内摩擦角与锥尖阻力间经验回归方程存在一定的偏差, 即存在模型不确定性。依据式 (3) 模拟 CPT 数据时, 式 (3) 中协方差矩阵 $C = (a^2\sigma^2\mathbf{R} + \sigma_\varepsilon^2\mathbf{I})$ 不仅包括反映空间变异性的参数 $\sigma^2\mathbf{R}$, 还包括反映回归模型不确定性的 $\sigma_\varepsilon^2\mathbf{I}$ 。传统统计方法计算过程中未考虑经验回归方程中的模型不确定性的影响, 导致不正确的相关函数。然而, 贝叶斯方法则合理

表 2 当 φ' 真实相关函数为 $M_1 \sim M_4$ 时, 传统统计方法与贝叶斯方法识别的相关函数

Table 2 Results of correlation function obtained from conventional statistical methods and Bayesian approaches when the true correlation function of φ' is $M_1 \sim M_4$

真实 相关 函数	最可能相关函数 M_k^*	$H/\lambda=20$	$H/\lambda=40$	$H/\lambda=60$	$H/\lambda=80$	$H/\lambda=100$
M_1	M_1^* : 指数型	9(10)	9(10)	10(10)	10(10)	10(10)
	M_2^* : 三角型	1(0)	1(0)	0(0)	0(0)	0(0)
	M_3^* : 二阶自回归型	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)
	M_4^* : 高斯型	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)
M_2	M_1^* : 指数型	5(10)	3(10)	2(10)	0(10)	0(10)
	M_2^* : 三角型	4(0)	5(0)	7(0)	8(0)	8(0)
	M_3^* : 二阶自回归型	1(0)	1(0)	0(0)	1(0)	1(0)
	M_4^* : 高斯型	0(0)	1(0)	1(0)	1(0)	1(0)
M_3	M_1^* : 指数型	5(10)	1(10)	2(10)	1(10)	1(10)
	M_2^* : 三角型	0(0)	0(0)	0(0)	1(0)	0(0)
	M_3^* : 二阶自回归型	5(0)	8(0)	7(0)	7(0)	8(0)
	M_4^* : 高斯型	0(0)	1(0)	1(0)	1(0)	1(0)
M_4	M_1^* : 指数型	3(10)	1(10)	1(10)	0(10)	0(10)
	M_2^* : 三角型	0(0)	0(0)	1(0)	1(0)	0(0)
	M_3^* : 二阶自回归型	3(0)	2(0)	1(0)	2(0)	2(0)
	M_4^* : 高斯型	4(0)	7(0)	7(0)	7(0)	8(0)

地考虑了模型不确定性(见式(9)),所以能正确地选择 φ' 的相关函数。此外,由表还可知,随着间接测量的CPT样本数量增加,贝叶斯方法识别砂土有效内摩擦角相关函数的正确率逐渐提高。当 φ' 真实相关函数为 M_3 和 M_4 时,采用传统统计方法与贝叶斯方法选择 φ' 相关函数也呈现相似的规律。

4.2 随机场参数识别结果对比

图3给出了 φ' 真实相关函数为 M_2 时,在模拟

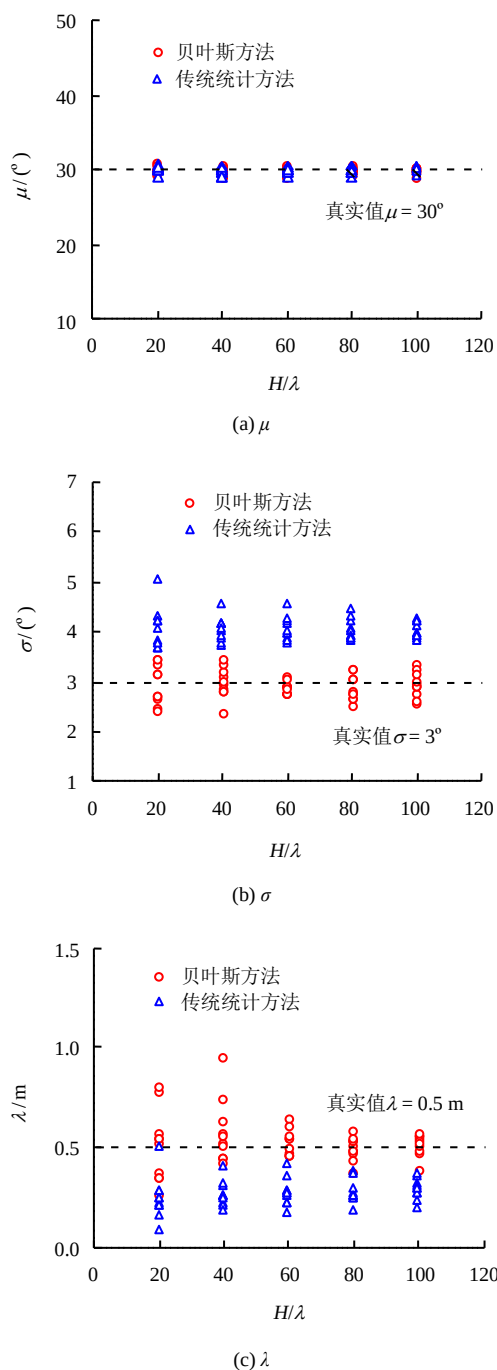


图3 当 φ' 真实相关函数为 M_2 时,传统统计方法与贝叶斯方法估计的随机场参数

Fig.3 Results of random field parameters obtained from conventional statistical methods and Bayesian approaches when the true correlation function of φ' is M_2

的CPT数据和最可能相关函数条件下传统统计方法与贝叶斯方法估计的随机场参数。由图3(a)可以看出,传统统计方法与贝叶斯方法估计 φ' 的均值都接近于真实值 $\mu = 30^\circ$,且两种方法计算结果十分接近。由图3(b)可知,不同CPT样本数量条件下传统统计方法估计的标准差显著大于其真实值 $\sigma = 3^\circ$,贝叶斯方法估计的标准差则在真实值附近。根据图3(c)可知,传统统计方法估计的波动范围明显小于其真实值 $\lambda = 0.5$ m,而贝叶斯方法识别的波动范围在其真实值附近,且随着样本数量增加,贝叶斯方法估计波动范围的变异性减小。这是因为传统统计方法是根据砂土有效内摩擦角的观测数据统计分析得到标准差及波动范围。根据模拟CPT数据和经验回归方程计算的砂土有效内摩擦角(如图1(b)所示)除了自身的空间变异性还包括回归模型不确定性,所以传统统计方法会高估 φ' 的标准差,低估波动范围。然而,贝叶斯方法合理地考虑回归模型不确定性(式(9))能同时准确地估计 φ' 的标准差以及波动范围。当 φ' 真实相关函数为 M_1 、 M_3 以及 M_4 时,利用传统统计方法与贝叶斯统计方法识别的随机场参数也呈相似规律。

图4给出了 φ' 真实相关函数为 M_2 时,贝叶斯方法识别 φ' 随机场参数的不确定性。由图可以看出,贝叶斯方法估计砂土有效内摩擦角随机场参数的不确定性随CPT样本数量的增大而减小,当CPT样本深度与波动范围比值增加至60($H/\lambda = 30$ m/0.5 m)时,均值、标准差以及波动范围的变异性系数 COV_μ 、 COV_σ 、 COV_λ 均低于20%,此时贝叶斯方法估计结果的不确定性明显减小,识别的随机场参数较为准确。从图4还可以看出,相同样本数量

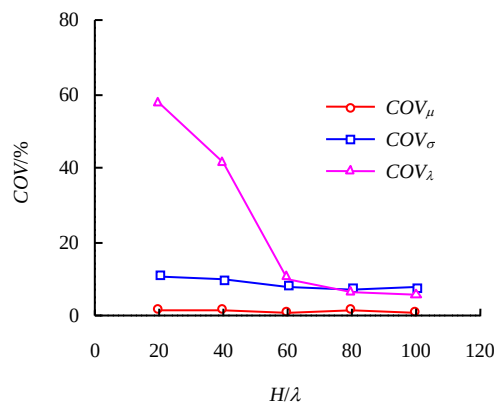


图4 当 φ' 真实相关函数为 M_2 时,贝叶斯方法识别随机场参数的不确定性

Fig.4 Uncertainties of random field parameters estimated from Bayesian approaches when the true correlation function of φ' is M_2

条件下, 估计均值的不确定性最小, 其次是标准差, 波动范围的不确定性最大, 这说明在确定随机场参数时, 均值最易估计, 波动范围最难准确估计。

5 结 论

本文通过模拟静力触探试验数据分析, 系统地对传统统计方法与贝叶斯方法量化砂土有效内摩擦角空间变异性的有效性。由计算结果可以得出以下结论:

(1) 根据间接测量的 CPT 数据, 传统统计方法与贝叶斯方法识别砂土有效内摩擦角的相关函数存在显著差异。传统统计方法未考虑砂土有效内摩擦角与锥尖阻力间经验回归方程的模型不确定性, 无法准确地识别砂土有效内摩擦角真实的相关函数, 识别正确率较低。而贝叶斯方法能够合理地考虑模型不确定性, 正确地选择相关函数。

(2) 根据 CPT 数据传统统计方法与贝叶斯方法均能准确地估计砂土有效内摩擦角的均值。但在估计标准差和波动范围时, 传统统计方法由于未考虑回归模型的不确定性会高估 ϕ' 的标准差, 低估其波动范围。而贝叶斯方法由于合理地考虑了模型不确定性, 能准确地估计 ϕ' 的标准差和波动范围。

(3) 间接测量的 CPT 样本数据量对贝叶斯方法计算精度具有重要的影响。贝叶斯方法识别砂土有效内摩擦角相关函数的正确率随着 CPT 样本数据量增加而增加, 随机场参数估计结果的不确定性随样本数量增加而降低。当样本深度与波动范围比值增加至 60 时, 随机场参数估计结果的不确定性明显减小。因此, 为了准确地量化岩土参数的空间变异性, 实际岩土工程中应广泛收集岩土工程观测数据。

参 考 文 献

- [1] VANMARCKE E H. Probabilistic modeling of soil profiles[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1977, 103(11): 1127—1246.
- [2] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Probabilistic foundation settlement on spatially random soil[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2002, 128(5): 381—390.
- [3] 陈晓平, 孙慕群, 吴起星. 软基上复杂土坡稳定可靠度研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(6): 925—929.
CHEN Xiao-ping, SUN Mu-qun, WU Qi-xing. Reliability study of complex slope stability on soft soil[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(6): 925—929.
- [4] CHO S E. Probabilistic stability analysis of rainfall-induced landslides considering spatial variability of permeability[J]. **Engineering Geology**, 2014, 171(8): 11—20.
- [5] SALGADO R, KIM D. Reliability analysis of load and resistance factor design of slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2014, 140(1): 57—73.
- [6] 蒋水华, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑参数空间变异性的非饱和土坡可靠度分析[J]. 岩土力学, 2014, 35(9): 2569—2578.
JIANG Shui-hua, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of unsaturated slope considering spatial variability[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(9): 2569—2578.
- [7] KASAMA K, WHITTLE A J. Effect of spatial variability on the slope stability using random field numerical limit analyses[J]. **Georisk**, 2016, 10(1): 42—54.
- [8] PHOON K K, QUEK S T, AN P. Identification of statistically homogeneous soil layers using modified Bartlett statistics[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2003, 129(7): 649—659.
- [9] FENTON G A. Estimation for stochastic soil models[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1999, 125(6): 470—485.
- [10] UZIELLI M, VANNUCCHI G, PHOON K K. Random field characterisation of stress-normalised cone penetration testing parameters[J]. **Géotechnique**, 2005, 55(1): 3—20.
- [11] STUEDLEIN A W, KRAMER S L, ARDUINO P, et al. Geotechnical characterization and random field modeling of desiccated clay[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2012, 138(11): 1301—1313.
- [12] LLORET-CABOT M, FENTON G A, HICKS M A. On the estimation of scale of fluctuation in geostatistics[J]. **Georisk Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards**, 2014, 8(2): 129

- 140.
- [13] 张继周, 缪林昌, 林飞, 等. 苏中腹地湖相沉积土层相关距离的统计分析[J]. *工程地质学报*, 2014, 22(2): 348—354.
- ZHANG Ji-zhou, LIAO Lin-chang, LIN Fei, et al. Statistical analyses of correlation distances of lacustrine sedimentary soil in central region of Jiangsu province[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2014, 22(2): 348—354.
- [14] 林军, 蔡国军, 邹海峰, 等. 基于随机场理论的江苏海相黏土空间变异性评价[J]. *岩土工程学报*, 2015, 37(7): 1278—1287.
- LIN Jun, CAI Guo-jun, ZOU Hai-feng, et al. Assessment of spatial variability of Jiangsu marine clay based on random field theory[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, 37(7): 1278—1287.
- [15] 李小勇, 谢康和. 土性参数相关距离的计算研究和统计分析[J]. *岩土力学*, 2000, 21(4): 350—353.
- LI Xiao-yong, XIE Kang-he. Numerical studies and statistical analyses on correlation distances of soil parameters[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2000, 21(4): 350—353.
- [16] WANG Y, AU S K, CAO Z J. Bayesian approach for probabilistic characterization of sand friction angles[J]. *Engineering Geology*, 2010, 114(3—4): 354—363.
- [17] CAO Z J, Wang Y. Bayesian approach for probabilistic site characterization using cone penetration tests[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2013, 139(2): 267—276.
- [18] CAO Z J, WANG Y. Bayesian model comparison and selection of spatial correlation functions for soil parameters[J]. *Structural Safety*, 2014, 49: 10—17.
- [19] 田密, 李典庆, 曹子君, 等. 基于贝叶斯理论的土性参数空间变异性量化[J]. *岩土力学*, 2017, 38(11): 3355—3362.
- TIAN Mi, LI Dian-qing, CAO Zi-jun, et al. Quantification of spatial variability of soil parameters using Bayesian approaches[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, 38(11): 3355—3362.
- [20] MAYNE P W, CHRISTOPHER B R, DEJONG J. Subsurface investigations-geotechnical site characterization, No. FHWA NHI-01-031, Federal Highway Administration, U. S[S]. Washington D. C: Department of Transportation, 2002.
- [21] BAECHER G B, CHRISTIAN J T. Reliability and statistics in geotechnical engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 2003.
- [22] ANG A H-S, TANG W H. Probability concepts in engineering: Emphasis on applications to civil and environmental engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 2007.
- [23] SIVIA D S, SKILLING J. Data analysis: A Bayesian tutorial[M]. New York: Oxford University Press, 2006.
- [24] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999, 36(4): 612—624.